



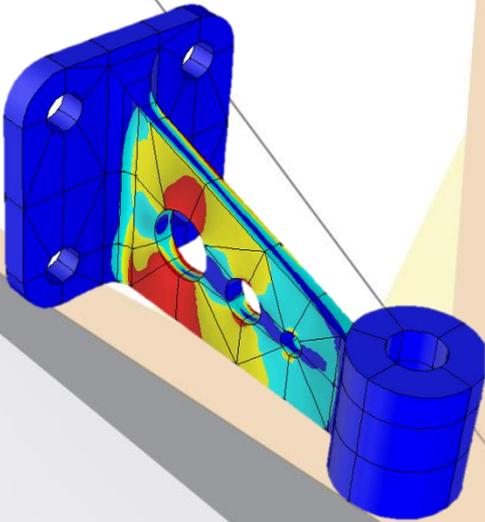
COMPLX

**CURSO BÁSICO DE
ELEMENTOS FINITOS
1.1 INTRODUCCIÓN**



MÓDULO MEF 1

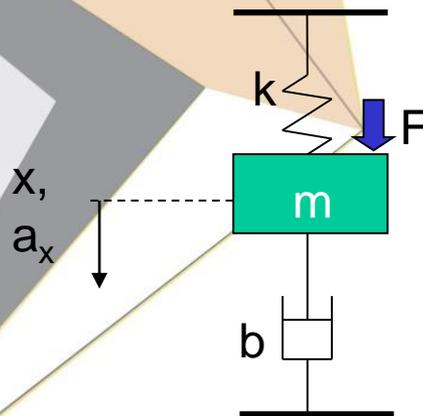
1. **Introducción al Método de Elementos Finitos (MEF)**
 1. **Definición**
 2. **Historia**
2. Conceptos básicos de álgebra lineal
 1. Sistemas de ecuaciones simultáneas y matrices
 2. Tipos especiales de matrices
 3. Operaciones con matrices
 4. Introducción a Scilab
3. Matriz de rigidez del elemento barra
 1. Definición del elemento barra
 2. Derivación de la matriz de rigidez
 3. Ensamble de matriz de rigidez
4. Análisis de estructuras reticulares utilizando barras bidimensionales





PROBLEMAS DE INGENIERÍA

- ◆ Muchos fenómenos físicos, cuyo entendimiento y predicción son importantes, se describen con modelos matemáticos que involucran cantidades físicas junto con razones de cambio temporal o espacial (ecuaciones diferenciales parciales o EDP).
- ◆ Las soluciones de las EDP son funciones; a diferencia de las ecuaciones algebraicas, que tienen cantidades numéricas como solución.



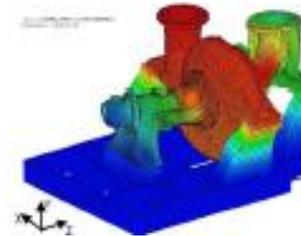
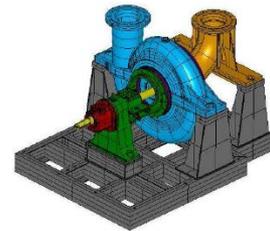
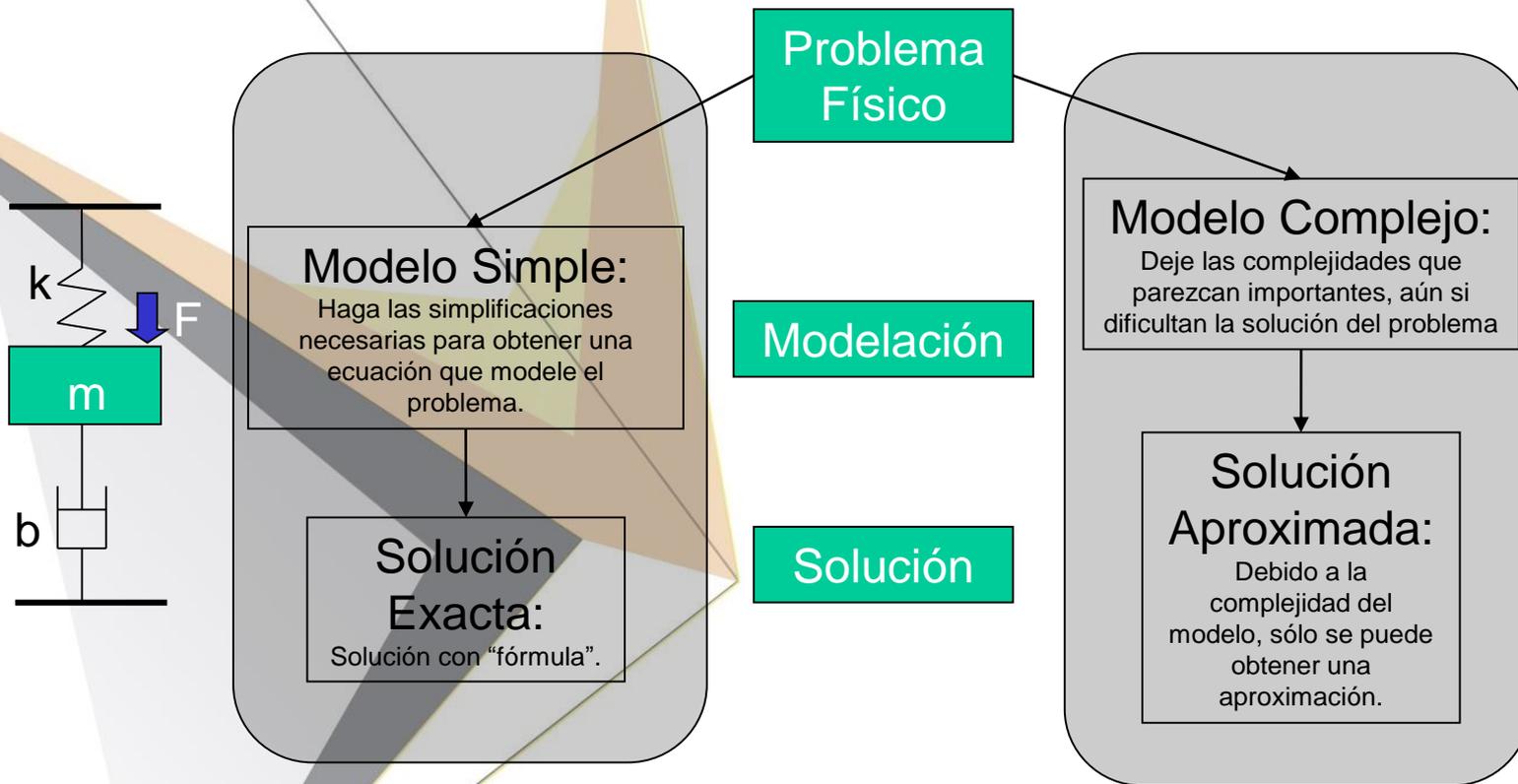
$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$F - kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$x(t=0) = 0, \quad \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = 0$$



DOS MANERAS DE SOLUCIONAR UN MODELO



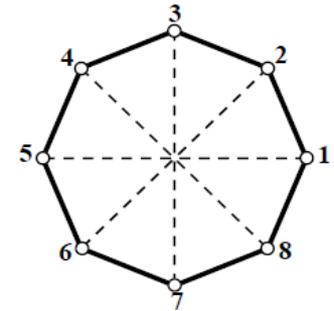
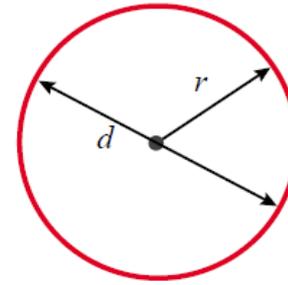
SIMULACIÓN: Solución numérica de un modelo complejo con el fin de aproximar el comportamiento de un sistema.



ESTRATEGIA DEL MEF: DIVIDE Y VENCERÁS

◆ *Imagine que no existiera el número π . ¿Cómo calcularía el área de un círculo?. Una posibilidad sería:*

1. Discretizar el dominio original en algún tipo de geometría que permita aproximarlos, por ejemplo elementos triangulares.
2. Obtener una función para calcular las distancias entre los nodos de los elementos.
3. Utilizar la fórmula disponible para calcular el área del triángulo.
4. Ensamblar los elementos para obtener el área de todo el dominio.



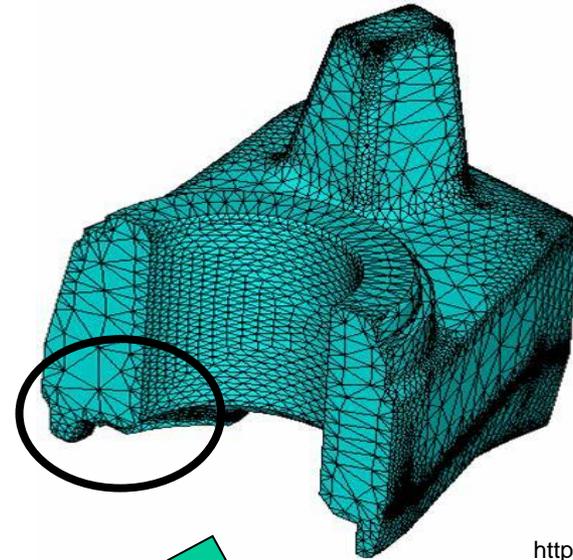
# Elem	Base	Altura	Área Total [u ²]
4	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}/2$	2
8	$(\sqrt{2} - \sqrt{2})$	$(\sqrt{2} + \sqrt{2})/2$	$2\sqrt{2}=2.828$
16	$\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$	$(\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}})/2$	$4(\sqrt{2 - \sqrt{2}})=3.061$

NOTE que entre más elementos utilice, mejor será la aproximación al área de un círculo de 1 unidad de radio ($A=\pi$)

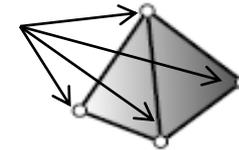


DEFINICIÓN DEL MEF

- ◆ *Es un método numérico usado para obtener la **solución aproximada** de problemas complejos.*
- ◆ *Útil para problemas físicos con geometría, carga y propiedades de material complicados donde las soluciones analíticas no son factibles.*
- ◆ *Convierte un problema grande a un conjunto de problemas pequeños, ensamblando las soluciones individuales para obtener la solución del problema global.*



nodos

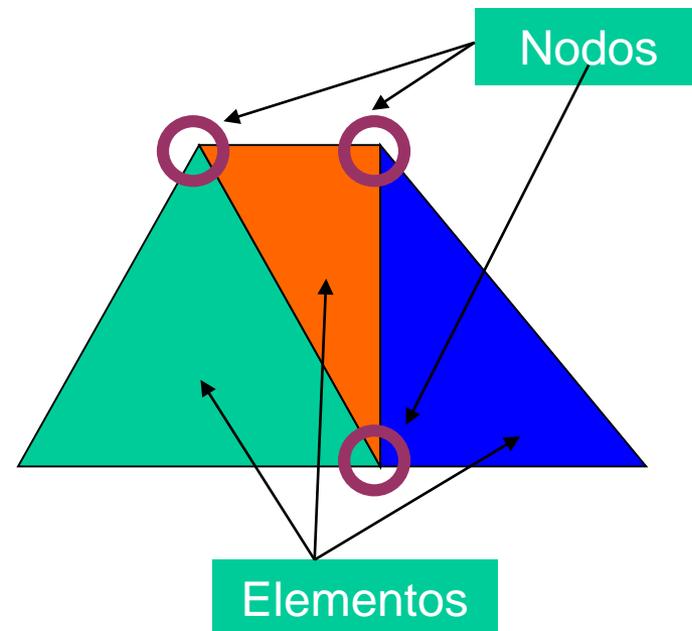


http://diem1.ing.unibo.it/personale/croccolo/AttRic_GruppoMD&O_Eng.htm



DISCRETIZACIÓN EN EL ESPACIO

- ◆ Modelar un cuerpo dividiéndolo en un sistema equivalente de sub-cuerpos o unidades (elementos finitos) interconectados en puntos comunes a dos o más elementos (nodos) y/o las fronteras del cuerpo.
- ◆ Este paso es crítico dentro del proceso de FEM.





BREVE HISTORIA DEL MEF

- ◆ **Courant** [1943] – Usó la interpolación lineal sobre subregiones triangulares para investigar problemas de torsión.
- ◆ **Levy** [1947, 1953] – Métodos de Flexibilidad & Rigidez para analizar estructuras de aviones.
- ◆ **Boeing** lo empezó a utilizar en los 50's para modelar las alas de sus aeroplanos.
- ◆ **Argyris y Kelsey** [1954] – Principios energéticos para métodos matriciales.
- ◆ **Turner, Clough, Martin y Topp** [1956] - Elementos 2D.



- ◆ **Clough** [1960] – Acuñó el término “Elementos Finitos”.
- ◆ **Turner, Dill, Martin y Melosh** [1960] – Grandes deflecciones y Análisis térmicos.
- ◆ **Gallagher, Padlog y Bijlaard** [1962] – Materiales no lineales.
- ◆ **Martin, Gallagher y Melosh** [1963] – Elementos 3D.
- ◆ **Zienkiewics** publicó en 1967 el primer libro enfocado en el MEF (junto con **Cheung**). En 1968 extendió el método a problemas viscoelásticos.

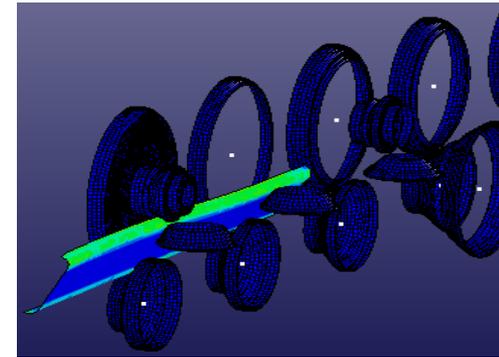
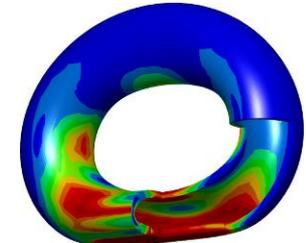
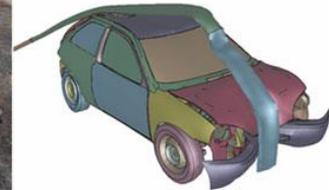


- ◆ **Belytschko** estudió problemas asociados con comportamiento dinámico no lineal, con grandes desplazamientos, en 1976.
- ◆ Los paquetes de elemento finito de propósito general comenzaron a aparecer en los **70's**.
- ◆ Para finales de los **80's**, los paquetes estaban disponibles en microcomputadoras e incluían gráficos a color y pre/post procesadores.
- ◆ Para mediados de los **90's**, habían sido publicados alrededor de 40000 artículos y libros acerca del MEF y sus aplicaciones.



APLICACIONES DEL MEF

- ◆ Análisis Estructural (esfuerzo/deformación).
- ◆ Flujo de Fluidos.
- ◆ Transferencia de Calor.
- ◆ Campos Electromagnéticos.
- ◆ Mecánica de Suelos.
- ◆ Fenómenos Acústicos.
- ◆ Análisis de Impacto y/o Explosiones.
- ◆ Análisis de Procesos de Manufactura.





RAZONES PARA USAR MEF

- ◆ Resolver problemas sin solución analítica (la mayoría de los problemas de ingeniería).
- ◆ Diseñar productos y procesos innovadores y de alta calidad.
- ◆ Predecir el comportamiento de un concepto al inicio de la fase de diseño.
- ◆ Optimización del Diseño.
- ◆ Reducción en el número de prototipos y pruebas.
- ◆ Menor ciclo de desarrollo del producto.
- ◆ Simulación de productos de tamaño micro o macroscópico.

¡¡Reducción de tiempo y costo!!



PAQUETES DE USO GENERAL

- ✓ **ABAQUS (Simulia ®)**
- ✓ **ALGOR (AUTODESK SIMULATION NASTRAN ®)**
- ✓ **ANSYS ®**
- ✓ **COSMOS/M ®**
- ✓ **LS-DYNA ®**
- ✓ **STARDYNE ®**
- ✓ **NASTRAN ®**
- ✓ **SAP90 ®**
- ✓ **ADINA ®**
- ✓ **NISA ®**
- ✓ **CODE-ASTER**



PROGRAMAS COMERCIALES

VENTAJAS

- ◆ Fácil entrada de datos - preprocesador.
- ◆ Resuelven muchos tipos de problemas.
- ◆ Diseño modular - fluidos, dinámicos, térmicos, etc.
- ◆ Se pueden correr en varias plataformas de cómputo.

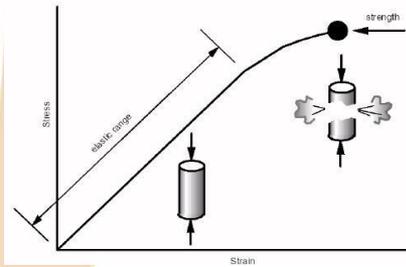
DESVENTAJAS

- ◆ Altos costos de desarrollo y mejora por lo que se paga por su adquisición y mantenimiento. En muchos casos su costo es alto, sobretodo si sus capacidades no son aprovechadas por completo.
- ◆ Menos eficientes que los programas especializados.
- ◆ El acceso del usuario al código está limitado.

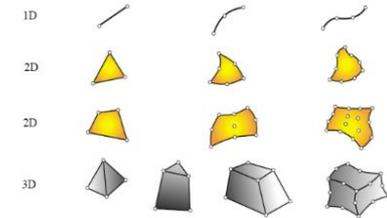


PROCESO DE ANÁLISIS POR MEF (SIMPLIFICADO)

1. Generar geometría



2. Definir propiedades material



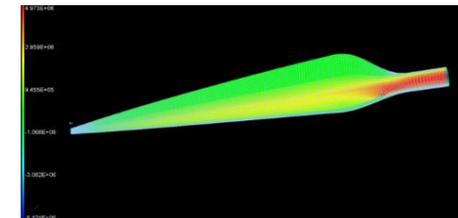
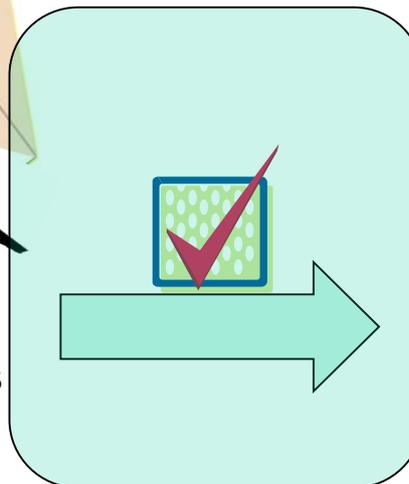
3. Definir tipo de elemento

4. Discretizar geometría

Empotramiento

5. Aplicar condiciones de frontera

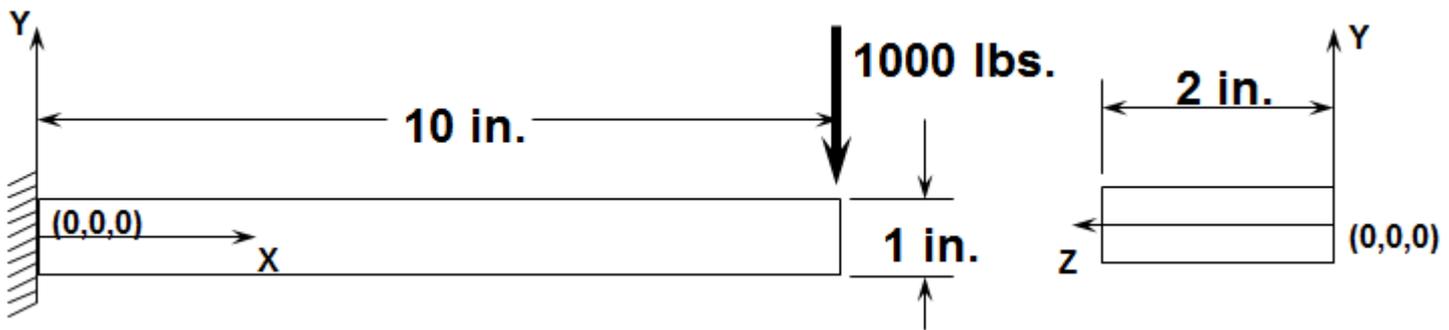
Fuerzas



6. Verificar y presentar resultados



UN PROBLEMA DIDÁCTICO: VIGA EMPOTRADA



Propiedades del Material: Módulo de Young, $E=30e6$ psi;
Relación de Poisson, $\nu=0.3$

Area, $A = \underline{\quad 2 \text{ in}^2 \quad}$

Momento de Inercia, $I = b \cdot h^3 / 12 = \underline{\quad 0.167 \text{ in}^4 \quad}$

**Deflexión
Máxima**

$$\Delta(x) = \frac{P}{6EI} (x^3 - 3Lx^2)$$

0.067 in @ x = 10

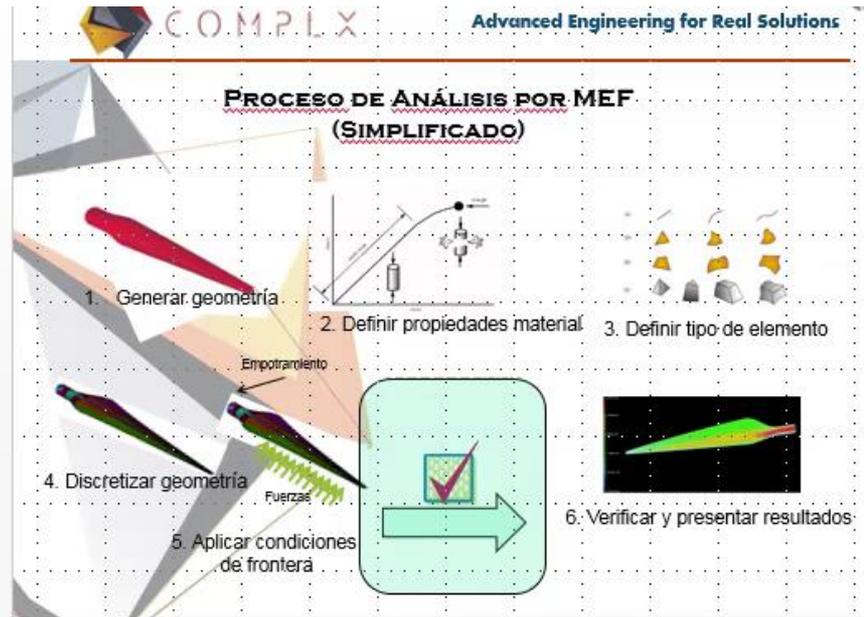
**Máximo Esfuerzo
Flex.**

$$\sigma(x) = \frac{P(L-x)t}{2I}$$

29,000 psi @ x = 0



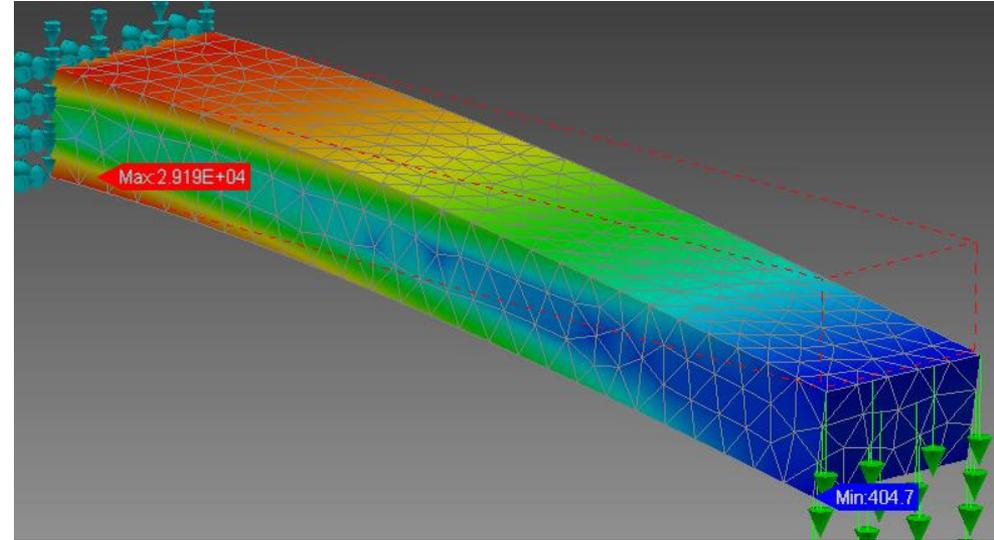
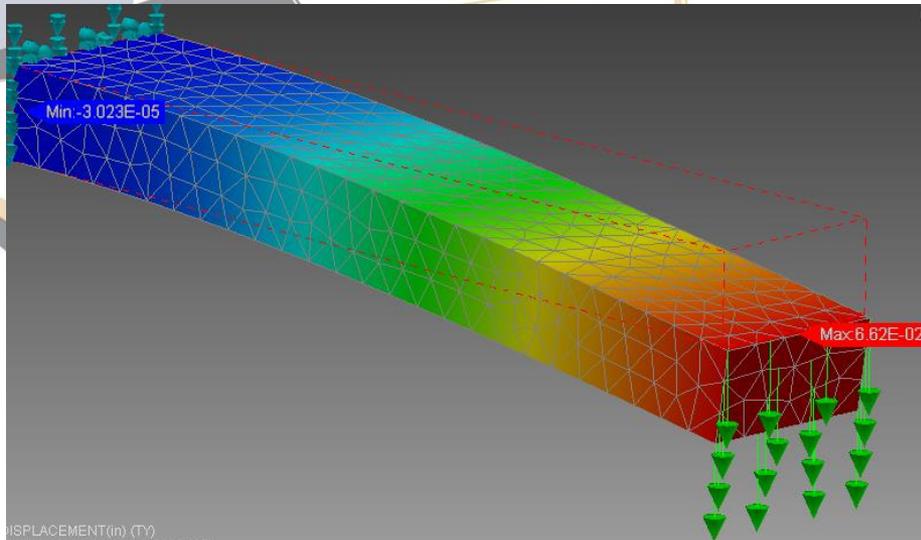
SIMULACIÓN DE VIGA EMPOTRADA CON PAQUETE COMERCIAL



Esto es lo que enseñaría un curso de FEM comercial: El solucionador es una caja negra



SIMULACIÓN DE VIGA EMPOTRADA



$$\Delta(x) = \frac{P}{6EI} (x^3 - 3Lx^2)$$

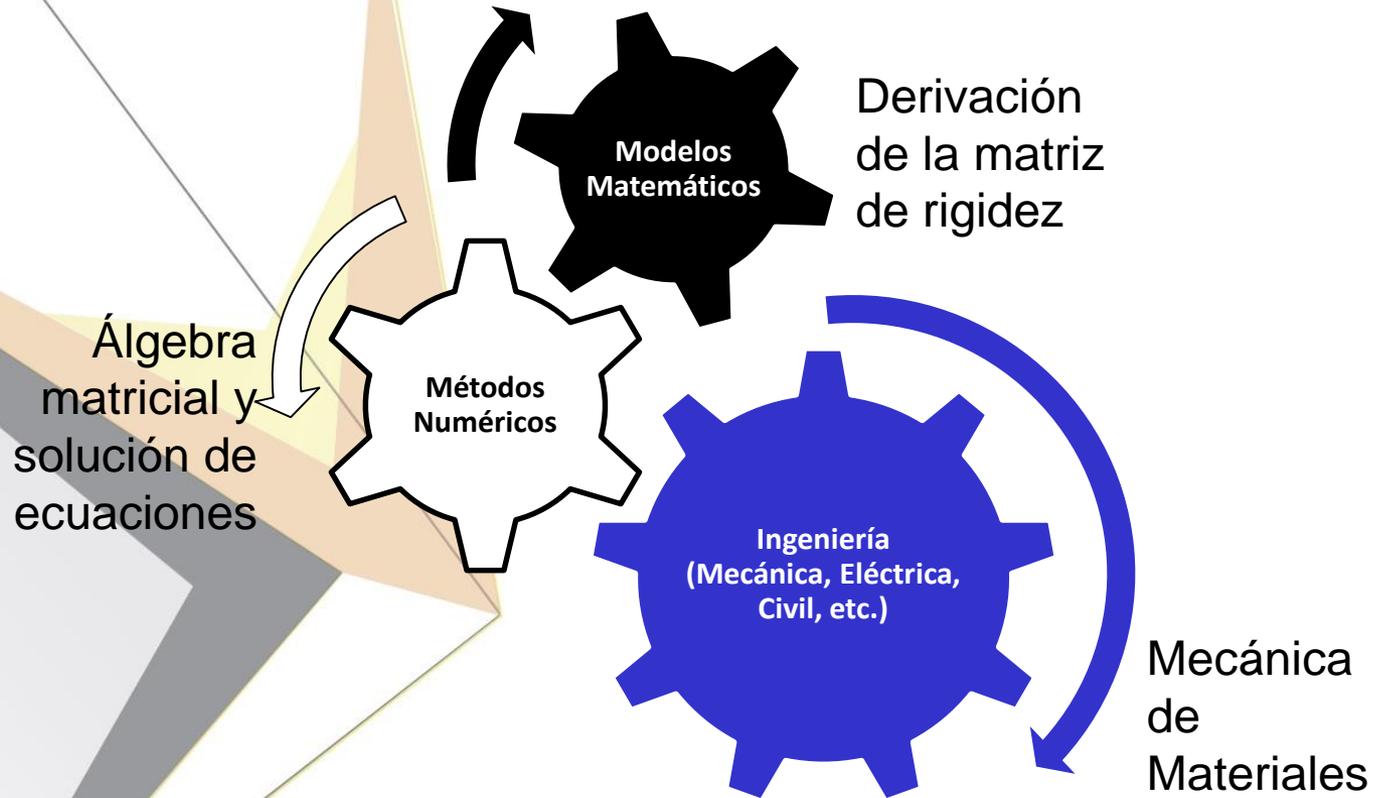
0.067 in @ x = 10

$$\sigma(x) = \frac{P(L-x)t}{2I}$$

29,000 psi @ x = 0



SISTEMA MEF





SIGUIENTE PASO: CONCEPTOS DE ÁLGEBRA LINEAL



Álgebra matricial y
solución de
ecuaciones

AGRADECEMOS TU ATENCIÓN



REFERENCIAS

Zienkiewicz, O., & Taylor, R. (2004). *El método de los elementos finitos*. Barcelona: CIMNE.

Carnegie Mellon Curriculum: introduction to CAD and CAE. (2014). Obtenido de Autodesk University: <http://auworkshop.autodesk.com/library/carnegie-mellon-curriculum-introduction-cad-and-cae?language=en>

Introduction to Finite Element Methods (ASEN 5007). (22 de Diciembre de 2014). Recuperado el 17 de Junio de 2015, de Department of Aerospace Engineering Sciences University of Colorado at Boulder:

<http://www.colorado.edu/engineering/cas/courses.d/IFEM.d/>

Gallegos, S., (2006). *Notas del Curso de Elementos Finitos*. Monterrey. ITESM.